

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Suppes

Sets and Numbers

Vol. 6 - p-ag. 56-69

Trad. Ely Campos

Por uma variedade de razões, um conhecimento de fatores, múltiplos, primos e conceitos relacionados incluídos na Parte 5, é valioso ao estudante de matemática. Por exemplo, as idéias contidas aqui são importantes no estudo das frações. Uma fração está nos seus menores termos de seus numerador e denominador têm um maior fator comum de 1 (G.C.F.). O menor denominador comum de duas frações é o m.m.c. de seus denominadores. O trabalho com fatores e múltiplos auxilia-nos a reconhecer a regra "the patterns" que caracteriza os fatos numéricos. A parte 5 também provê uma introdução a um tópico em matemática chamado - teoria numérica - o estudo de patterns abstrato de números.

As crianças, previamente, discutiram fatores. Elas sabem que os dois números inteiros que multiplicam para obter um produto são fatores:

$$\text{fator} \times \text{fator} = \text{produto}$$

Agora aprendem a usar a palavra "fator" de um modo claramente diferente. Da sentença $4 \times 7 = 28$, por exemplo, as crianças sabem que 4 e 7 são os fatores e que 28 é o produto. Agora elas aprendem que 4 é um fator de 28 e que 7 é um fator de 28. O modo para determinar se um número b é um fator de um dado n -número n é dividir n por b . Se não há resto, b é um fator de n . Por exemplo, para ver se 8 é um fator de 29, divide-se 29 por 8:

$$29 : 8 = 3 \frac{5}{8}$$

Há um resto, assim 8 não é um fator de 29. Para ver se 9 é um fator de 36, divide 36 por 9:

$$36 : 9 = 4$$

Não há resto, assim, 9 é um fator de 36.

Nas generalizações envolvendo fatores, a palavra "número" significa número inteiro, exceto onde devemos excluir zero porque divisão por zero é indefinida.

Algumas vezes desejamos encontrar todos os fatores de um número. Sabemos que cada número tem como fatores 1 e o número mesmo. Talvez haja outros números entre 1 e o número mesmo que são fatores. Para encontrar estes outros fatores, divide-se o número dado, primeiro por 2, então por 3, 4, etc.... "up to" e incluindo o número mesmo: Cada vez que dividimos devemos notar se o quociente dá um resto a fim de determinar se o divisor é um fator do número original. (Nenhum número maior do que o número dado é um fator deste número dado, porque se o número dado é dividido por um número maior, o resultado é uma fração, não um número inteiro). Por exemplo, para encontrar os fatores de 12:

$$12 : 1 = 12, \text{ assim, } 1 \text{ é um fator de } 12$$

$$12 : 2 = 6, \text{ um número inteiro, assim, } 2 \text{ é um fator de } 12$$

$$12 : 3 = 4, \text{ um número inteiro, assim, } 3 \text{ é fator de } 12;$$

$$12 : 4 = 3, \text{ um número inteiro, assim, } 4 \text{ é um fator de } 12.$$

12;

Alouy
26/05/78
gnd

12 : 5 = 2 ²/₅, um número misto

12 : 6 = 2, um número inteiro, assim, 6 é um fator de

12; etc....

Encontramos que os fatores de 12 são 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

Este trabalhoso método para encontrar todos os fatores de um número pode ser abreviado percebendo-se que usualmente encontramos dois fatores de uma vez. Por exemplo: 12 : 2 = 6, assim, 2 e 6 são ambos fatores de 12. Quando escolhemos números maiores como divisores, o quociente torna-se menor. Quando encontramos dividindo por um número que já encontramos como sendo um fator, então, encontramos todos os fatores. Assim, um meio ~~de~~ mais rápido para encontrar todos os fatores de 12 é como segue:

12 : 1 = 12, assim, 1 e 12 são fatores,

12 : 2 = 6, assim, 2 e 6 são fatores,

12 : 3 = 4, assim, 3 e 4 são fatores.

Desde que 4 já foi encontrado como fator, não necessitamos ir mais longe. Os fatores de 12 são, portanto, 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

Há também um outro método de abreviar o trabalho. Para qualquer número menor do que 100, podemos encontrar todos os fatores dividindo somente pelos números de 1 ao 9. Por exemplo, encontrar todos os fatores de 78 :

78 : 1 = 78, 1 e 78 são fatores,

78 : 2 = 39, 2 e 39 são fatores,

78 : 3 = 26, 3 e 26 são fatores,

78 : 4 = 19 ²/₄,

78 : 5 = 15 ³/₅,

78 : 6 = 13, 6 e 13 são fatores

78 : 7 = 11 ¹/₇,

78 : 8 = 9 ⁶/₈,

78 : 9 = 8 ⁶/₉

Os fatores de 78 são 1, 2, 3, 6, 13, 26, 39 e 78. Discussões sobre fatores comuns e o maior fator comum (G.C.F.) são também incluídas na parte 5. Um fator comum de um conjunto de números é um fator de cada número no conjunto. Encontrando o conjunto de fatores para cada número no conjunto e tomando a intersecção desses conjuntos, encontramos o conjunto de fatores para o conjunto de números dados.

O maior fator comum de um conjunto de números é o maior número que é um fator de cada um dos números no conjunto dado. Em matemática, usamos a palavra "maior" mesmo quando pensamos que pode ser somente um ou dois fatores comuns. O maior fator comum de um conjunto de números possui uma propriedade especial, tem como fatores todos os fatores comuns do conjunto de números dados.

Na base da discussão de fatores, desenvolvemos o conceito de número primo. Um número inteiro é número primo se tem exatamente dois fatores, 1 e o número mesmo. Começamos a lista de números primos com o 2, rejeitando 1 porque tem somente um fator distinto, e rejeitando o zero porque

que tem um número infinito de fatores.

Um meio conveniente para encontrar todos os números primos entre 1 e 100 é organizar uma tabela de 1 a 100 e proceder como segue:

1. 1 não é um número primo porque tem somente um fator. Riscar o 1.
2. 2 é um número primo porque seus únicos fatores são 1 e 2. Circular o 2.
3. riscar os numerais para todos os números que tenham 2 como fator. Isto é, riscar os numerais para todos os números pares, desde que tenham 2 como um fator, sabemos que tem mais do que dois fatores distintos e assim, não são primos.
4. O numeral 3 é o próximo na tabela. Circular 3 e strike out cada terceiro número, isto é, todos os outros numerais que sejam múltiplos de 3. Notar que, alguns destes já estão riscados porque eram múltiplos de 2.
5. O numeral 4 e todos os numerais que representem múltiplos de 4 já foram riscados porque também são múltiplos de 2.
6. O numeral 5 é o próximo da tabela. Circular o 5 e riscar todos os outros numerais que representam múltiplos de 5.
7. O numeral 7 é o próximo da tabela. Circular o 7 e riscar todos os outros que representam múltiplos de 7.

O próximo numeral da tabela é 11. Para encontrar todos os primos menores do que um certo número, precisamos somente testar o número até sua raiz quadrada. Se tivermos riscado todos os múltiplos de todos os números até 11, então, encontramos todos os primos menores do que 100, uma vez que $11^2 = 121$ e $121 > 100$.

Os números primos menores do que 100 são aqueles números que são representados pelos numerais que foram deixados na tabela. Quando completada, a tabela apareceria como segue:

Este método é chamado o Crivo de Eratóstenes. Eratóstenes viveu cerca de 200 A.C. (276-194) A.C. É também famoso por ter sido uma das primeiras pessoas a propor um método científico para medir a circunferência e o diâmetro da terra.

Há vários tópicos em matemática para os quais um conhecimento sobre números primos é essencial. É importante para as crianças desenvolverem a habilidade de determinar se um número é primo e a habilidade para reconhecer rapidamente os números primos menores do que 100.

Múltiplos de um número podem ser encontrados multiplicando o número por cada número inteiro:

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| $n \times 0$ | $n \times 3$ | $n \times 6$ |
| $n \times 1$ | $n \times 4$ | $n \times 7$ |
| $n \times 2$ | $n \times 5$ | etc... |

Por exemplo, os múltiplos de 5 são 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35,... Poderíamos ir deste modo indefinidamente, mostrando que cada número (excet 0) tem um número infinito de múltiplos. Os dois primeiros múltiplos de qualquer número (exceto 0) são zero e o número mesmo.

Um número-comum múltiplo comum de um par de números é um número que é um múltiplo de cada um deles. Por exemplo, os múltiplos comuns de 3, 6 e 4 são 0, 12, 24, 36, etc.. O m.m.c. de 3, 6 e 4 é 12 porque é o menor múltiplo, outro que não zero, que é comum a cada número.

O m.m.c. de qualquer conjunto de números inteiros é sempre 0, assim, estamos realmente falando sobre o primeiro múltiplo comum positivo, quando nos referimos ao m.m.c. de um conjunto de números.

Havendo estudado múltiplos de um número, as crianças podem aprender algumas regras para testar a divisibilidade de um número. Na parte 5 as crianças aprendem alguns métodos intuitivos para testar a divisibilidade de um número por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 e 10. Esses métodos são particularmente úteis para encontrar os fatores primos de um número grande.

Pode-se querer mostrar às crianças um outro método para encontrar o m.m.c. de um conjunto de números, considerando os fatores primos de cada número.

O m.m.c. de um conjunto de números pode facilmente ser expresso como um produto de fatores primos. Primeiro encontramos o produto dos X fatores primos para cada número no conjunto. Por exemplo, para encontrar o m.m.c. de 1176, 112, 280 e 2744, escrevemos:

$$1176 = 2^3 \times 3 \times 7^2$$

$$112 = 2^4 \times 7$$

$$280 = 2^3 \times 5 \times 7$$

$$2744 = 2^3 \times 7^3$$

Os múltiplos comuns desses quatro números devem ser divisíveis por cada fator desses números. Em particular, os números devem ser divisíveis pela mais alta potência de cada número primo que aparece nos produtos

Os fatores primos que aparecem são 2, 3, 5 e 7.

A mais alta potência de 2 é 2^4 .

A mais alta potência de 3 é 3^1

A mais alta potência de 5 é 5^1 .

A mais alta potência de 7 é 7^3 .

O m.m.c. de 1176, 112, 280, e 2744 deve ser divisível por $2^4, 3, 5$ e 7^3 . O m.m.c. = $2^4 \times 3 \times 5 \times 7^3 = 82.320$.

O m.d.c. (G.C.F.) também pode ser expresso como um produto de fatores primos. Por exemplo,

$$1176 = 2^3 \times 3 \times 7^2$$

$$112 = 2^4 \times 7$$

Os fatores primos que aparecem são 2, 3 e 7. Sabemos que 2^3 é um fator comum de 1176 e 112 porque é um fator de ambos 1176 e 112. Uma

5

Uma vez que 24 não é um fator de 1.176, não é um fator comum. Semelhantemente 7 é um fator comum de 1.176, mas 7^2 não é. Uma vez que 3 não é um fator de 112, não é um fator comum. O m.d.c. (o maior fator comum) é o produto das potências mais altas dos primos que são fatores comuns de todos os números. Isso reduz as menores potências daqueles primos que aparecem em todas as fatorizações primas. Neste caso, o m.d.c. (o maior fator comum) de 1.176 e 112 é $= 2^3 \times 7 = 56$.

Se nenhum primo aparece em todos os produtos, então o m.d.c. é 1.

Ex.: $25 = 5^2$
 $65 = 5 \times 13$
 $128 = 2^7$

Nenhum número primo aparece nas três fatorizações. O m.d.c. de 25, 65 e 128 é 1.

Os conceitos introduzidos ou desenvolvidos na Parte 5 incluem: divisão, multiplicação, conjunto intersecção, múltiplos, fatores, mínimo múltiplo comum, todos os fatores de um número, divisibilidade, números primos, fatorização prima, testes para a divisibilidade, máximo divisor comum, e contrando o m.m.c., olhando os fatores primos, potências.

O vocabulário técnico introduzido ou revisado inclui:

número inteiro, resto, fator, quociente, dividendo, divisor, produto comum, múltiplo, divisível, múltiplo comum, fator comum, "maior fator comum", potência, base, expoente, mínimo múltiplo comum, número primo.

PÁGINA 56 - livro do aluno

Objetivo: O objetivo desta página é revisar o termo "fator" e dar às crianças prática no trabalho com fatores.

Comentários: Se um número é divisível por um segundo número, então o segundo número é um fator do número dado. Dessa definição temos que cada número tem o número 1 como fator. Também sabemos que cada número, exceto zero é divisível por ele mesmo, e assim qualquer número inteiro positivo é um fator de si mesmo. Uma vez que um fator deve exatamente dividir o número que ele fatora, podemos deduzir que qualquer outro fator de um número é maior que 1 e menor do que o número mesmo.

Introduzindo a lição:

- para todos os grupos:

A fim de salientar a idéia de que a divisibilidade está relacionada com divisão sem um resto, pode-se desejar pedir à criança para dividir 32 por 4, 12 por 5 e 8 por 2. E então perguntar aos alunos quais desses exemplos não têm resto. Em cada um dos exemplos $32 : 4$ e $8 : 2$, o maior nº é divisível pelo menor, isto é, podemos dividir pelo menor nº e não tem resto. As crianças podem assim identificar esses divisores como fatores do nº maior.

Depois de alguns exemplos introdutórios de divisibilidade, a maioria dos alunos deveria estar pronta para ler os exemplos na caixa conceito ao alto da página e iniciar o exercício 1. Pode-se desejar ir além dessas explicações individualmente com aqueles alunos que exigem novas explicações e exemplos.

Ensinando a página

Para as crianças adiantadas e médias :

Depois das crianças terem lido o material na caixa conceito ao alto da página, elas deveriam trabalhar o primeiro conjunto de problemas independentemente. Pode-se então desejar conduzir a uma breve discussão sobre o material apresentado na caixa conceito no centro da página. Os alunos deveriam estar capacitados a trabalhar os exercícios na extremidade da página, sem auxílio.

Para as crianças imaturas :

Alguns dos primeiros problemas de cada conjunto deveriam ser dados oralmente com este grupo de alunos. Deste modo, eles teriam exemplo para seguir ao trabalhar o resto dos problemas independentemente.

Prática suplementar:

Pedir à cada estudante para fazer uma lista de 10 n^{os} (ou mais e então instruí-los a trocar de papel. Levar cada estudante, então, a encontrar o conjunto de todos os fatores de cada n^o na lista que lhe foi dada. A lista, em tão, retorna ao estudante que a compôs para correção de seu trabalho. Se os alunos estão acostumados a trabalhar em pequenos grupos (2, 3 ou 4), pode-se provê-los com cartões relâmpagos para treino - oral. Um aluno ergue um cartão com um n^o enquanto os outros relacionam os fatores deste n^o.

PARTE 5. - FATORES E MÚLTIPLOS

Fatores :

7 é um fator de 28 porque 28 pode ser dividido por 7, sem resto. Dizemos que 28 é divisível, por 7.

$$28 : 7 = 4$$

5 não é fator de 28 porque 28 não pode ser dividido por 5, sem resto. Dizemos que 28 não é divisível por 5.

$$28 : 5 = 5 \frac{3}{5}$$

1. O primeiro n^o é um fator do segundo ?

- | | |
|-------------------------------|-----------------|
| a. 3; 12 ^{sim} | g. 6; 38 |
| b. 7; 15 ^{nao} | h. 8; 64..... |
| c. 8; 46 | i. 9; 84..... |
| d. 1; 27 | j. 12; 96 |
| e. 10; 5 | k. 30; 10 |
| f. 7; 49 | l. 12; 72 |
| | m. 17; 17..... |
| | n. 6; 1 |
| | o. 6; 42..... |

Cada número n tem p fator 1.

Cada número n, n ≠ 0, é um fator de si mesmo.

Qualquer outros fatores estão entre 1 e o número mesmo.

O conjunto de fatores de 24 é { 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24 }

2. Encontrar o conjunto de todos os fatores de cada número :

- | | | | | | |
|-------|---------|-------|-------|-------|------------------|
| a. 4 | 1, 2; 4 | f. 6 | k. 7 | p. 30 | u. 27 |
| b. 9 | | g. 1 | l. 16 | q. 15 | v. 18 |
| c. 5 | | h. 12 | m. 20 | r. 2 | w. 36 |
| d. 10 | | i. 14 | n. 42 | s. 26 | x. 28 1,2,4,7,14 |
| e. 45 | | j. 25 | o. 17 | t. 19 | 28
y. 40 |

PÁGINA 57

Objetivos : O objetivo desta página é revisar o conceito de fatores comuns.

Comentários

Um fator comum de dois ou mais números é um número que é um fator de cada um deles. Por exemplo, 3 é um fator de 24 e 3 é também um fator de 9. Conseqüentemente, 3 é um fator comum de 24 e 9.

Introduzindo a lição :

Para todos os grupos:

Pode-se desejar começar com uma discussão sobre o termo "comum".

"Que têm Maria e Ida em comum?" Elas são ambas meninas, ambas têm olhos castanhos, ambas usam blusas vermelhas, etc. Desenvolver-se-ia eventualmente o tópico sobre intersecção de conjuntos para mostrar que os elementos algo, que os conjuntos podem ter vários elementos em comum. Formando a intersecção dos conjuntos de fatores de vários números, o aluno pode encontrar os fatores comuns desses números.

Ensinando a página:

Para as crianças médias e adiantadas

Antes de definir o termo "fator comum" e ler com as crianças a sentença na caixa conceito ao alto da página, pode-se desejar apresentar vários problemas simples. Poder-se-ia perguntar : " 6 é um fator de 12 ?" " 6 é um fator de 48 ?"

Depois de receber uma resposta afirmativa em cada caso, pode-se salientar que 6 é um fator comum de 12 e 48. Então pode-se perguntar : "4 é um fator de 12 ?" ~~mas não de 14.~~ " 4 é um fator de 14?". Quatro é um fator de 12, mas não de 14. Conseqüentemente 4 não é um fator comum de 12 e 14. Após apresentar vários exemplos como esses, os alunos estarão capacitados a completar o primeiro exercício.

Após uma breve discussão do material na caixa conceito perto do centro da página, dar novos exemplos usando a intersecção de conjuntos para encontrar os fatores comuns de vários ~~universos~~ números. Os alunos devem então fazer o exercício 2 independentemente.

Para as crianças imaturas :

Após introduzir a lição e discutir o material na caixa conceito ao alto da página, pode-se querer dar vários exemplos adicionais. Talvez seja necessário trabalhar os quatro ou cinco problemas com os estudantes, então pedir-lhes para completar esses exercícios independentemente.

Quando o primeiro estiver completo, discutir com as crianças o material na caixa conceito perto do centro da página. Salientar que o mais simples modo para encontrar todos os fatores comuns de dois ou mais números é relacionar os fatores de cada um separadamente e, então ver quais os números que aparecem em cada lista. Essencialmente isso é o mesmo que encontrar a intersecção dos conjuntos de fatores de cada um desses números e então nomear como fatores comuns todos os elementos da intersecção.

Qualquer número tem como fator 1, assim 1 aparece em todas as listas.

De fato, ele aparece ser o único número com o qual isso acontece, em todos os problemas e e 1, no exercício. Vários exemplos deveriam ser dados. Por exemplo, pede-se os fatores comuns dos ns 8 e 24. Os alunos deveriam ver que 1, 2, 4 e 8 são os fatores de 8 e o ns 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, e 24 são os fatores de 24. Assim os fatores comuns desses dois ns são 1, 2, 4 e 8. Após dar vários exemplos semelhantes, pode-se necessitar ir através dos primeiros quatro ou cinco exemplos com os alunos. Logo encorajá-los e continuar os demais exercícios sem assistência.

FATORES COMUNS

Um fator comum a dois números é um fator de ambos os números.

8 é um fator de 32

8 é um fator de 56

8 é um fator comum de 32 e 56.

1. O PRIMEIRO NÚMERO É UM FATOR COMUM DO PAR DE NÚMEROS ?

- a. 1; 43 e 27
- b. 5; 10 e 45
- c. 4; 32 e 42
- d. 3; 16 e 23
- e. 6; 12 e 114
- f. 11; 7 e 121

g 12; 72 e 156 ...

j 9; 90 e 333 ...

h 7; 21 e 91 ...

k 8; 16 e 64

i 10; 100 e 16 ...

i 20; 80 e 70

Podemos encontrar todos os fatores comuns de dois ou mais números. Quais são os fatores comuns de 42, 56 e 98?

Seja A o conjunto de todos os fatores de 42:

$$A = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$$

Seja B o conjunto de todos os fatores de 56

$$B = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56\}$$

Seja C o conjunto de todos os fatores de 98

$$C = \{1, 2, 7, 14, 49, 98\}$$

A intersecção desses conjuntos dá o conjunto de todos os fatores comuns

$$A \cap B \cap C = \{1, 2, 7, 14\}$$

2 - Usar o método acima para encontrar todos os fatores comuns de cada lista de números.

a 4 e 12

d 18 e 9 ...

g 32, 48 e 16

b 36 e 16 ...

e 24 e 16 ...

h 27, 18 e 45

c 6 e 5 ...

f 25, 15 e 70 ...

i 12, 27 e 20

OBJETIVO

O objetivo desta página é introduzir o conceito de maior fator comum - greatest common factor

INTRODUZINDO A LIÇÃOPARA TODOS OS GRUPOS

Os alunos estão já familiarizados com o termo "fator comum" e podem encontrar o conjunto de fatores comuns de quaisquer dois ou mais números. Uma vez que este conjunto de fatores comuns é finito, deve haver um fator que é maior do que os outros. Chamamos este número o maior fator comum.

Um meio para encontrar o maior fator comum de um conjunto de números é encontrar o conjunto de todos os fatores comuns e então seleccionar o maior fator no conjunto. Por exemplo, os fatores de 27 são 1, 3, e 9. Os fatores de 45 são 1, 3, 5, 9 e 15. O conjunto de fatores comuns desses números é $\{1, 3, 9\}$. O maior fator comum desses dois - números é o maior número no conjunto de fatores comuns, isto é, o número 9.

ENSINANDO A PÁGINA

PARA AS CRIANÇAS ADIANTADAS E AS MÉDIAS

Após terem visto vários exemplos mostrando como encontrar o maior fator comum, os alunos deveriam estar capacitados a trabalhar os exercícios independentemente.

No exercício 1, as crianças devem encontrar o maior fator comum para cada lista de números. O maior fator comum é o maior número que é um elemento do conjunto de fatores comuns. Em vários dos exemplos há somente um elemento no conjunto dos fatores comuns. Esse elemento é o número 1. Nesses casos, o maior fator comum é 1.

Do exercício 2 ao 5 aparecem problemas oportunizando prática em encontrar o maior fator comum de dois ou mais números. Por exemplo, no exercício 2.

Jane deseja cortar seu bôlo em pedaços de igual tamanho. Sabemos que os quatro lados de um quadrado tem igual comprimento. Uma vez que seu bôlo mede 15 por 21 cm, devemos encontrar o maior fator comum de 15 e 21. Esse número é comprimento dos lados dos pedaços quadrados. O maior fator comum de 15 e 21 é 3. Assim, cada pedaço medirá 3 polegadas por 3 polegadas.

No exercício 3, Marco deseja cortar seu pedaço de madeira em cubos. Sabemos que as três dimensões de um cubo devem ser a mesma. Consequentemente, devemos encontrar os fatores comuns novamente. Desde que Marco deseja cortar o maior cubo possível, devemos encontrar o maior fator comum de 8, 12 e 20.

Para as crianças imaturas

Dar vários exemplos para encontrar o maior fator comum de dois ou mais números. Então o exercício 1 deve ser dado como uma atividade de grupo. Do exercício 2 ao 5 deveriam ser lidos aloud e discutidos com os alunos fazendo os cálculos independentemente.

Prática suplementar

Alguns alunos podem necessitar um trabalho adicional para encontrar o maior fator comum de uma lista de números para este objetivo.

- | | | |
|-----------|--------------|-----------------|
| 1- 2 e 4 | 5- 6, 7 e 8 | 9- 10, 12 e 14 |
| 2- 3 e 6 | 6- 2, 3 e 9 | 10- 10, 12 e 15 |
| 3- 7 e 12 | 7- 2, 6 e 8 | 11- 5, 10 e 15 |
| 4- 5 e 10 | 8- 2, 6 e 12 | 12- 10, 20 e 25 |

O MAIOR FATOR COMUM (LIVRO DO ALUNO)

O maior fator comum (G.C.F.) de um conjunto de números é o maior número no conjunto dos fatores comuns.

O conjunto dos fatores comuns de 42, 56 e 98 é 1, 2, 7, 14
O M.F.C. de 42, 56 e 98, é 14

- 1 - Encontrar o G.C.F. para cada lista de números
- a - 8 e 12 ... d - 30, 40 e 50 g - 15, 20 e 45
- b - 9 e 27 e - 17, 22 e 31 h - 8, 12 e 24
- c - 24 e 16 ... f - 32, 16 e 48 i - 9, 6 e 10

2 - Jane tem bolo medindo 15 pol. por 21 pol.. Deseja cortá-lo em pedaços quadrados, todos do mesmo tamanho. Qual é o maior tamanho que podem ter os pedaços quadrados, sem nada sobrar?

3 - Março tem um pedaço de madeira medindo 8 polegadas por 12 polegadas por 20 polegadas. Deseja cortá-la em cubos de tamanho igual. Qual é o maior tamanho que poderão ter os cubos, de modo a não sobrar madeira?

4 - João tem um bloco de madeira medindo 6 por 8 e 12 polegadas. Deseja cortá-los em cubos do mesmo tamanho. Qual o maior tamanho que poderão ter os cubos de modo a não sobrar madeira?

5 - A mesa retangular de café da Sra. Maria mede 52 pol. por 44. Ela a ^{esta} cobrindo com telhas quadradas, tôdas do mesmo tamanho. Qual é o maior tamanho que a telha quadrada pode ter, se não quiser usar nenhuma cortada.

58

Página 59

(LIVRO DO PROFESSOR)

OBJETIVO

O objetivo desta página é revisar números primos. Logo perguntar: "Quais são os 4 primeiros números primos?" (2,3,5 e 7)

INTRODUZINDO A LIÇÃO

PARA TODOS OS GRUPOS

Pode-se desejar introduzir a lição perguntando aos lunos: "Quanto é 3 dividido por 3?" (1) Quanto é um número dividido por êle mesmo?"

Os alunos devem estar capacitados a generalizar que qualquer número excluindo zero dividido por êle mesmo iguala 1. O zero deve ser excluído dessa generalização porque a divisão por zero não é definida.

Dessa discussão, os alunos deveriam concluir que uma vez que qualquer número inteiro positivo, dividido por êle mesmo é igual a 1, êsse número é um fator dêle mesmo. Pode-se, então, perguntar "Quanto é 6 dividido por 1?" (6) "Quanto é qualquer número dividido por 1?" Auxiliai os alunos a generalizar que qualquer número dividido por 1 é igual ao número mesmo. Os alunos deveriam compreender que quando dividimos um número interiro por 1, não há resto. Assim 1 é um fator de

qualquer número inteiro.

Pode-se, então, perguntar: "Quanto é 1 dividido por 2?" ($1/2$)
"Quanto é 3 dividido por 5?" ($3/5$) Que espécie de número é qualquer número inteiro positivo dividido por um maior?" (Uma fração).

Em resumo, cada número inteiro positivo tem como fatores êle mesmo e o número 1. Pode haver outros fatores entre 1 e o número, mas nenhum fator é maior do que o número mesmo.

Neste ponto, se deveria dizer às crianças que se um número tem exatamente dois fatores diferentes, êle é um número primo. Todos os números primos têm esta propriedade.

O único fator de 1 é 1. Portanto 1 é um número primo.

Os fatores de 2 são 1 e 2. Há exatamente dois fatores diferentes. Portanto 2 é um número primo.

Os fatores de 3 são 1 e 3. Há exatamente dois fatores diferentes. Portanto 3 é um número primo.

Os fatores de 4 são 1, 2, e 4. Não há exatamente dois fatores. Portanto 4 não é um número primo.

Pode-se continuar esse processo até o número 20

Revisado em 15/06/78
[Signature]

Livro do Professor

Ensinando a página

Para as crianças adiantadas e médias

Após haver a lição sido introduzida, as crianças deveriam estar capacitadas a trabalhar os problemas sem auxílio. Tomariam como ponto inicial a leitura do material na caixa conceito perto do alto da página. Poder-se-ia discutir com êles o material na caixa conceito perto da extremidade da página.

Esse fato é facilmente explicado. Sabemos que os fatores de um número geralmente ocorrem aos pares. (Ver a discussão geral na parte 5.) Assim necessitamos somente testar os fatores de um número até a raiz quadrada deste número. A raiz quadrada de 100 é 10; assim necessitamos testar somente os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10. Se um número é divisível por 4, 6 ou 8 é divisível por 2. Se um número é divisível por 9, então é divisível por 3. Assim, nós limitamos nosso "teste de fatores" baixando para 2, 3, 5 e 7. Se um número menor do que 100 não é divisível por qualquer desses quatro números, sabemos que é primo.

Para crianças imaturas

Esta página deveria ser dada como uma atividade dirigida com uma discussão dos assuntos que precedem cada exercício.

LIVRO DO ALUNO

NÚMEROS PRIMOS

1. ENCONTRAR TODOS OS FATORES PARA CADA NÚMERO:

- a. 8..... e. 2..... i. 6..... m. 50.....
- b. 5..... f. 18..... j. 11..... n. 36.....
- c. 22..... g. 21..... k. 24..... o. 27.....
- d. 14..... h. 3..... l. 90..... p. 28.....

UM NÚMERO COM DOIS FATORES EXATAMENTE É UM Nº PRIMO.

ÊSSES FATORES SÃO 1 E O Nº MESMO;

OS FATORES DO 13 SÃO 1 E 13.

OS FATORES DE 12 SÃO 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

O ÚNICO FATOR DE 1 É 1.

13 É PRIMO.

12 NÃO É PRIMO.

1 NÃO É PRIMO.

2. QUE NÚMEROS SÃO PRIMOS NO EXERCÍCIO 1 ?

3. ENCONTRAR TODOS OS FATORES PARA CADA NÚMERO E EXPÕE SE É PRIMO.

- a. 15..... e. 31..... i. 16..... m. 19..... q. 41.....
- b. 37..... f. 48..... j. 44..... n. 33..... r. 38.....
- c. 29..... g. 30..... k. 35..... o. 23..... s. 34.....
- d. 20..... h. 25..... l. 10..... p. 42..... t. 26.....

OS PRIMEIROS QUATRO NÚMEROS PRIMOS SÃO 2,3,5 e 7.

SE UM Nº MENOR QUE 100 NÃO É DIVISÍVEL POR 2,3,5 OU 7, ENTÃO ESTE Nº É PRIMO. (PORQUE É ASSIM?)

51 É DIVISÍVEL POR 3.

51 NÃO É PRIMO.

47 NÃO É DIVISÍVEL POR 2,3,5 ou 7.

47 É PRIMO.

4. QUAIS DÊSTES NÚMEROS SÃO PRIMOS ?

a.53 c.45 e.68 g.58 i.87 k.43

b.49 d.59 f.84 h.77 j.39 l.55

(pág.59)

Livro do Professor pag 60

Objetivo:

O objetivo desta página é revisar o conceito de múltiplos.

Comentário:

Como mostra a caixa conceito no alto da página, um múltiplo pode ser definido em termos de fatores. Se 9 é um fator de 36, então 36 é um múltiplo de 9, ou sabemos que 36 é um múltiplo de 9, uma vez que 36 é divisível por 9. Uma alternativa é apresentar, relacionando o térmo múltiplo com a multiplicação.

Para determinar se um número é múltiplo de 9, perguntar se podemos multiplicar 9 por algum número inteiro para obter um produto de 36. Assim, para encontrar um múltiplo de qualquer nº, necessitamos somente multiplicá-lo por um outro nº inteiro.

Introduzindo a lição

Para todos os grupos

Pode-se querer começar a lição colocando vários pares de números no quadro: 4 e 12 ; 7 e 14 ; 6 e 54. Indicados êsses pares de números, pode-se perguntar aos alunos que operação deve ser realizada sobre o primeiro número de cada par para obter o segundo número. No primeiro par é necessário multiplicar 4 por 3 para obter 12. Devemos multiplicar 7 por 2 para obter 14. Devemos multiplicar 6 por 9 para obter 54. Pode-se então sugerir que êstes números 12, 14 e 54, sejam chamados "múltiplos" dos números 4, 7 e 6, respectivamente. Pode-se auxiliar as crianças a generalizar que, se multiplicamos um número inteiro positivo por um outro número inteiro positivo, o produto é um múltiplo de cada um dos números inteiros positivos.

Ensinando a página

Para as crianças adiantadas e médias

Os alunos deveriam ler o material dado na caixa conceito ao alto da página e, então, fazerem os exercícios independentemente. Pode-se desejar discutir com êles o material dado na caixa conceito perto da extra unidade da página. Aqui as crianças aprendem ~~X~~ que ~~X~~ 0 é um múltiplo de cada número inteiro positivo n. Isso significa que podemos dividir 0 por qualquer número inteiro positivo e obter 0, um nú-

mero inteiro.

Para as crianças imaturas

Discutir o material com os alunos e,então,fazer os problemas o-
ralmente.O exercício 13 pode exigir alguma discussão para expôr o
que queremos significar pelos primeiros dez múltiplos de um número.

De trabalhos prévios sabemos que,para encontrar o múltiplo de
um número,podemos multiplicar êste número por um putro número inteiro.
Os números inteiros são 0,1,2,3,...

Assim,para encontrar os primeiros dez múltiplos de um número,mul-
tiplicamos o número por cada um dos números inteiros 0,1,2,3,4,5,6,
7,8,9.Assim,para encontrar os dez primeiros múltiplos de 3,procedemos
como segue:0x3=0,1x3=3,2x3=6,etc...

Depois de algumas primeiras partes do exercício 14 serem traba-
lhadas em discussão de classe,os alunos deveriam estar capacitados
a completar a parte restante independentemente.

LIVRO DO ALUNO

MÚLTIPLOS

36 É UM MÚLTIPLO DE 9 PORQUE 36 É DIVISÍVEL POR 9.
36 NÃO É UM MÚLTIPLO DE 7 PORQUE 36 NÃO É DIVISÍVEL POR 7.

- 1.39 É um múltiplo de 3? 7.12 é um múltiplo de 5?
- 2.33 é um múltiplo de 2? 8.15 é um múltiplo de 5?
- 3. 33 é um múltiplo de 11? 9.43 é um múltiplo de 5?
- 4.33 é um múltiplo de 7? 10.32 é um múltiplo de 2?
- 5.17 é um múltiplo de 1? 11.57 é um múltiplo de 9?
- 6.1 é um múltiplo de 17? 12.72 é um múltiplo de 8?
- 13.DAR O CONJUNTO DOS DEZ PRIMEIROS MÚLTIPLOS DE CADA NÚMERO

O CONJUNTO DOS DEZ PRIMEIROS MÚLTIPLOS DE 3 É

~~X0,X3,X6,X9,X12,X15,X18,X21,X24,X27~~

{0,3,6,9,12,15,18,21,24,27}

- a.1..... c.8,..... e.7..... g.5..... i.12.....
- b.4..... d.10..... f.6..... h.9..... j.11.....

ZERO É UM MÚLTIPLO DE CADA NÚMERO INTEIRO POSITIWO n.

$0+n=0$ se $n \neq 0$

NÃO PODEMOS DIVIDIR POR ZERO.

14.QUAIS DÊSTES NÚMEROS SÃO MÚLTIPLOS DE 7?

- a.147 e.97 i.914 m.483
- b.81 f.322 j.826 n.522
- c.247 g.17 k.21 o.63
- d.66 h.777 i,217 p.87