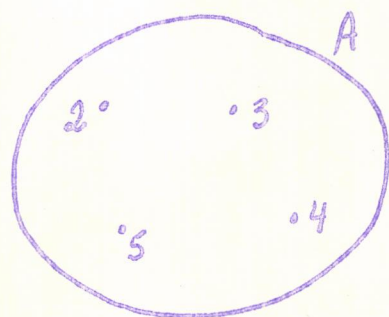


Propriedades das Relações

1) Reflexiva

1) a) No diagrama do conjunto $A \subset \mathbb{N}$:

A - Trace as flechas que indicam a relação P de A em A , definida por " x é múltiplo de y ".



b) Complete:

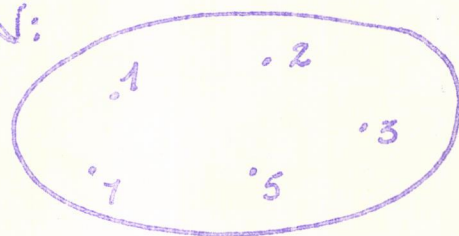
$$P = \{$$

c) Quais os elementos de A que são imagens de si mesmos pela relação P ?

d) Quais os que não o são?

2) a) No diagrama do conjunto $B \subset \mathbb{N}$:

- Trace as flechas que indicam a relação M de B em B :



$$M = \{(5, 5), (5, 3), (2, 1), (1, 1)\}$$

b) Quais os elementos de B que são imagens de si mesmos pela relação M ?

c) Quais os que não o são?

3) a) No diagrama do conjunto $D \subset \mathbb{N}$:

- Trace as flechas que indicam a relação N de D em D , definida por " $x > y$ ".



b) Complete:

$$N = \{$$

c) Quais os elementos de D que são imagens de si mesmos pela relação N ?

d) Quais os que não o são?

Observe que:

No gráfico do exercício 1, todo ponto possui "laço", isto é, todo elemento do conjunto A é imagem de si mesmo pela relação R ; no gráfico do exercício 2 nem todo ponto possui "laço" e, no do exercício 3, nenhum ponto "laço".

possui

Dizemos que:

A relação P de A em A é reflexiva.

A relação M de B em B não é reflexiva.

A relação N de D em D não é reflexiva.

De um modo geral

Uma relação R de A em A é reflexiva se e somente se $\forall x \in A, (x, x) \in R$.

No gráfico:

$x \rightarrow x$ para todo ponto do gráfico.

II) Simétrica e Anti-simétrica

1) Seja $A = \{Rejane, Sandra, Hugo, Carlos, Marcelo, Ana, Luciana\}$.

Sabemos que: Rejane e Carlos são irmãos

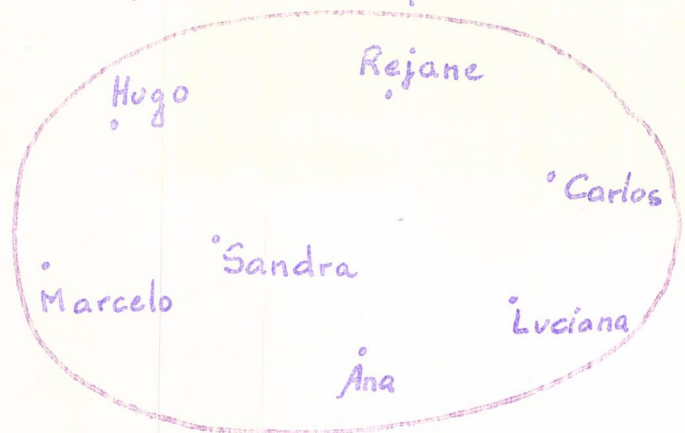
Hugo, Sandra e Marcelo são irmãos

Ana e Luciana são irmãs

a) No diagrama de A trace as flechas que representam a relação R de A em A , definida por " x é irmão de y ".

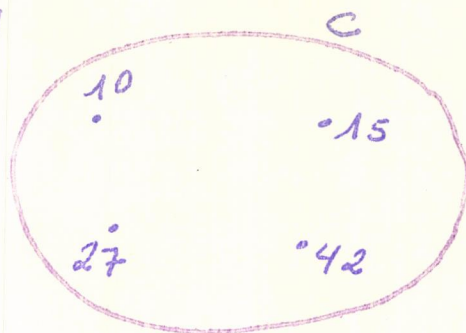
b) Complete:

$R = \{$



2) Seja $C = \{10, 15, 27, 42\} \subset \mathbb{N}$

a) No diagrama de C , trace as flechas que indicam a relação L , de C em C , definida por " $x < y$ ".

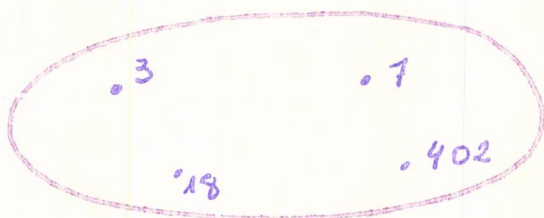


b) Complete:

$$L = \{$$

3) Seja $D = \{3, 7, 18, 402\} \subset \mathbb{N}$ e a relação T , de D em D , $T = \{(3, 7), (7, 3), (3, 3), (18, 3), (3, 402)\}$

a) No diagrama de D trace as flechas que representam T .



Observe que:

No gráfico da relação R , para cada flecha que parte de um ponto a outro, há outra que parte do segundo para o primeiro ponto considerados. Que não ocorre nos gráficos de L e T .

No gráfico da relação L , para cada flecha que parte de um ponto para outro, distinto do primeiro, não há flecha que parte do segundo para o primeiro.

No gráfico da relação T , o que se observa?

A relação R é simétrica

As relações L e T não são simétricas

A relação L é anti-simétrica

As relações R e T não são anti-simétricas

De um modo geral

a) Uma relação R de A em A é simétrica se e somente se

No gráfico

x y

b) Uma relação R de A em A é anti-simétrica se e somente se

No gráfico

x y (para $x \neq y$)

III) Transitiva

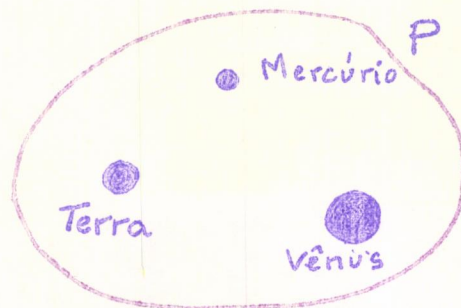
1) Considere o conjunto P , formado por alguns planetas do Sistema Solar:

$P = \{\text{Mercúrio, Vênus, Terra}\}$ e a relação M de P em P , definida por " x está mais próximo do Sol que y ".

a) No diagrama de P , trace as flechas que representam a relação M .

b) Complete:

$M = \{$



Podemos dizer que:

Se Mercúrio está mais próximo do Sol que Vênus e Vênus está mais próximo do Sol que Terra então Mercúrio está mais próximo do Sol que Terra.

Representando Mercúrio por m , Vênus por v e Terra por t , podemos dizer que:
Se $(m, v) \in M$ e $(v, t) \in M$
então $(m, t) \in M$.

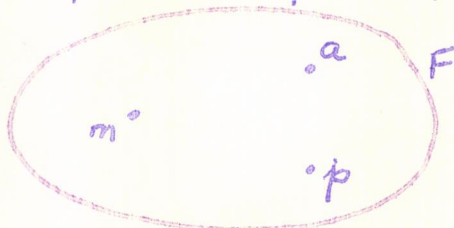
2) Considere o conjunto F , formado pelos membros de uma família: Antônio, pai de Manuel, que por sua vez é pai de Pedrinho. Represente-os, respectivamente, por a , m e p e faça o que se pede:

a) No diagrama de F , trace as flechas que indicam a relação S de F em F , definida por " x é pai de y ".

b) Complete:

$$S = \{$$

se $(a, m) \in S$ e $(m, p) \in S$
então $(\quad, \quad) \notin S$.



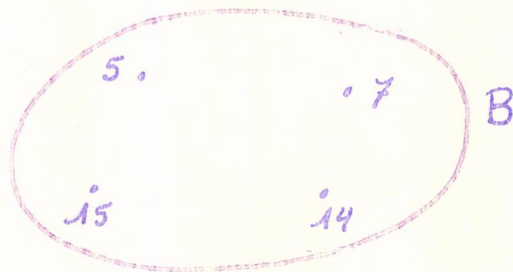
3) Seja $B = \{5, 7, 14, 15\} \subset \mathbb{N} \in T$, a relação de B em B , definida por " $x > y$ ".

a) No diagrama de B , trace as flechas que representam a relação T .

b) Complete:

$$T = \{$$

Sejam três números, x , y e z . Se x é maior que y e y maior que z , então podemos afirmar que x



Para as relações M e T , podemos afirmar que: Se x está relacionado com y e y está relacionado com z , então, x está relacionado com z . Porém, já não podemos fazer a mesma afirmação para a relação S .

Dizemos que as relações M e T são transitivas e que a relação S não é transitiva.

De um modo geral

Uma relação R , de A em A , é transitiva se e somente se

No gráfico:

y

x

z

Relações de ordem e de equivalência

Seja $P = \{1, 3, 4, 9, 15\}$ e as relações A, B, C e D de P em P , definidas, respectivamente por:

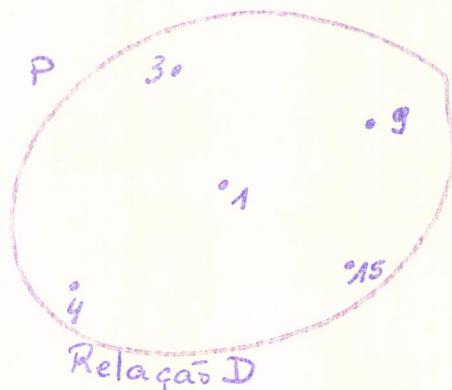
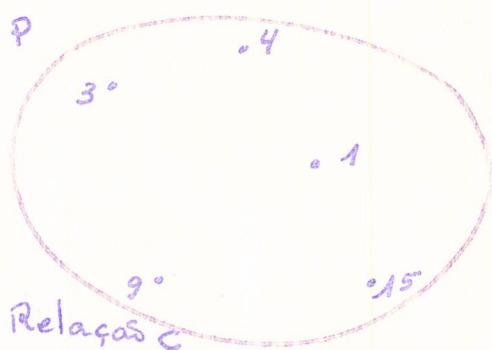
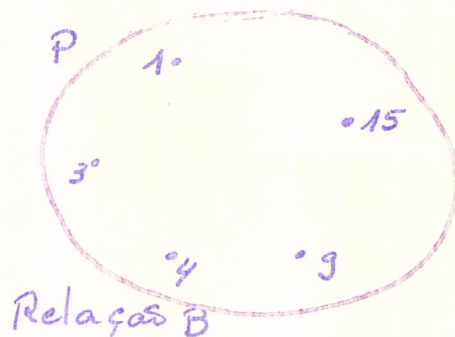
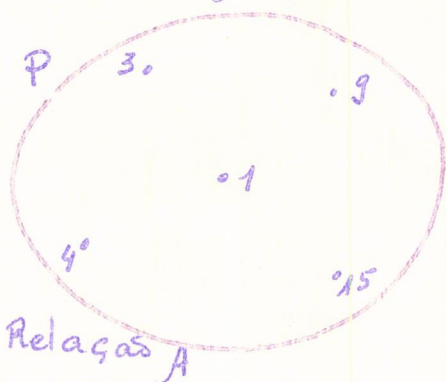
" x é múltiplo de y "

" x é menor que y "

" x é primo com y "

" x tem o mesmo resto que y na divisão por 3".

Represente A, B, C e D .



Seja $G = \{A, B, C, D, E, F\}$ onde

$A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b\}$, $C = \{a\}$, $D = \{b, c, f\}$,

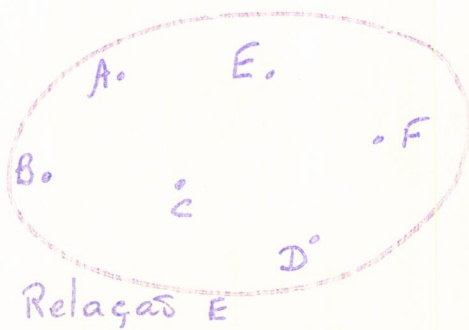
$E = \{g, h, i\}$ e $F = \{g, h, i, f\}$ e as relações de

G em G definidas por:

E : " X tem mesmo número de elementos que Y "

F : " X está contido em Y "

Represente as relações E e F .



Complete o quadro abaixo, assinalando com X os quadrinhos convenientes para indicar as propriedades das relações A, B, C, D, E, F

Relação Propriedade	A	B	C	D	E	F
Reflexiva						
Simétrica						
Anti-simétrica						
Transitiva						

Quais das relações, acima, são ao mesmo tempo, reflexivas, simétricas e transitivas?

Quais são, ao mesmo tempo, reflexivas, anti-simétricas e transitivas?

De um modo geral:

- Uma relação R de A em A é uma relação de equivalência se e somente se R for reflexiva, simétrica e transitiva.

- Uma relação R de A em A é uma relação de ordem se e somente se R for reflexiva, anti-simétrica e transitiva.