Sugestões de ESTHER PILLAR GROSSI à Experiência de Introdução de Matemática Moderna no 1º ano primário do Grupo Escola "Monteiro Lobato" sob a orientação da professôra Yeda Simões Pires.

Conteúdo: Teoria de Conjuntos - Lógica - Geometria

Noção de Conjunto. Exigências para a criação de um conjunto: uma pessoa humana, que os elementos sejam bem determinados. Elemento. Relação de pertinência. Conjunto Universo. Atributos - sub-conjunto - Símbolo e o que é simbolizado - Conjunto vazio. Conjunto unitário, - Conjunto Complementar-partícula não. Conjunto de Conjunto. Igualdade de conjuntos-símbolo repetido.

Relações em geral - exemplos. Relação de Equivalência. Relação de Ordem

Curva aberta e fechada - Noção de dentro e fora. Diagrama de Venn

Operações com conjuntos: Intersecção - União. Simbologia das operações. Propriedade das operações

Problemas Concretos

Números - Números de 0 a 9. Simbolos Numéricos. Comparação de números Operações com números até 9: Adição - Subtração - Multiplicação. Propriedade das operações

Jogos topológicos

Materiais a serem usados: Blocos lógicos. Barras Cuisnaire

Bibliografia : Papy - Mathématique Moderne - Castruci - Elementos de Matemática Moderna - Haengeberg - Lógica Simbólica. Dumont Étude Intuitive des esembles . Dienes - Mathématique moderne dans l'enseignement primaire. Ensembles, nombres et puissances. Logique et jeux logiques. L'exploration d'espace et pratique de la mesure. Picard - Des ensembles à la découverte du nombre. A la conquête du nombre: Topologie - L'ordre - Numération - Opérer. Brousseau - Mathématique moderne - cours preparatoire. Félix - Petit Poucet . Dans le Jardin du Monsieur Féve - Goutard Madeleine - La Pratique des nombres en couleur.

Esta ordem pode ser alterada se o trabalho concreto com os alunos exigir e conduzir, pois se a professôra estiver - no seu papel de orientadora e incentivadora de atividade das crianças, estas poderão realizar uma sequencia de assuntos tôda original.

Sugestões de Exercício:

Introdução da noção de conjunto

Preparar um momento propício à introdução de um trabalho nôvo - descanso das crianças, tranquilidade, alegria.

Dizer-lhes que vamos trabalhar hoje formando conjuntos. Por exemplo, eu vou formar o conjunto de meninos. Venham todos os meninos para a frente. O meu conjunto é de meninos. Alguma menina deve vir cá? E eu faço parte dêste conjunto? E uma cadeira? - E o fulano (menino da classe)? Explorar tanto quanto possível a relação de pertinência.

Após perguntar se alguém que formar um conjunto. Analizar o conjunto formado fazendo tôda a exploração da <u>relação de pertinência</u>.

Voltar a fazer exercícios orais dêste gênero tantas vêzes quantas se julgar necessário para que a noção de conjunto como <u>criação das pessoas e com elementos bem determinados esteja clara</u>.

Introduzir então, a idéia de <u>conjunto universo</u>, isto é, realizar a delimitação do campo de trabalho em cada dia. Se foram escolhidos os móveis da classe para trabalhar hoje, todos os demais objetos pessoas ou fatos não interessam no momento.

Introdução de um material que delimite o conjunto: corda ou cordão. Por exemplo: Pedir às crianças que coloquem seu material sôbre a carteira e que cada um dêles crie um conjunto com objetos dêste material. Se algumas delas tomarem uma parte apenas dos objetos, faça-se a elas a pergunta: Como posso saber que tal objeto não faz parte do teu conjunto? Surge daí a necessidade de delimitar o conjunto. Aceita-se qualquer sugestão da criança, inclusive, seus braços envolvendo os objetos do conjunto.

Pode-se por à disposição das crianças, pedaços de cordão amarradas a fim de que sejam utilizados na delimitação dos conjuntos.

<u>Topologia</u>: <u>Curva aberta e curva fechada</u>

Exercício manipulativo

<u>Material</u> : Pérolas, botões ou qualquer objeto que dê para enfiar. Cordão em pedaços.

Distribuir pedaços de cordão abertos e fechados assim como as pérolas. Pedir que as crianças enfiem uma pérola no cordão. Aquêles, que tiverem recebido cordão amarrado precisarão desamarrá-lo para executar a ordem. O fato de ser aberto ou fechado implica na possibilidade ou não de enfiar a pérola. E êste fato está associado às propriedades topológicas das fronteiras.

Se possível inserir esta atividade na unidade geral do trabalho para que ainda tenha maior significado. Por exemplo, próximo ao dia das mães, fazer um colar com feijões, para presenteá-la.

Em seguida fazer o exercício gráfico correspondente às folhas 1 e 2 do caderno de exercício nº 1, Topologie do conjunto à la conquête du nombre de Nicole Picard.

As crianças com êstes exercícios estarão se preparando para trabalhar gràficamente com o diagrama de Venn. Mas é preciso ir devagar e introduzí-lo gradativamente.

Num nôvo dia de trabalho, escolhe-se um conjunto qual o Universo que se quer trabalhar e se inicia a aplicação de atributos sôbre o Universo a fim de formar sub-conjuntos.

É muito interessante trabalhar com as próprias crianças como elementos do conjunto Universo, porém aproveitando seu gôsto pelo "fazer de conta" transformá-las em bichinhos, flores, brinquedos ou enfeites de uma árvore de Natal, conforme o trabalho da Professôra Maria Anna Arminger no Jardim de Infância do Instituto de Educação "General Flores da Cunha",.

Trabalhando com as crianças sem nenhuma simbologia adicional pode-se aplicar os atributos: ser menino, ser menina, usar determinado tipo de calçado, ter fita nos cabelos, ter mais de sete anos, estar de meias, etc.... Cada vez que se fala num dêstes atributos as crianças que o possuem vêm para a frente formar o conjunto. -É recomendável que se tenha uma corda com as extremidades amarradas para circundar o conjunto formado, ou que algumas vezes, se faça com giz, desenho de uma curva fechada no chão.

Formando conjuntos a partir de um conjunto universo e circundando-o com um risco de giz no chão, têm-se uma bela oportunidade de iniciar as crianças na visualização do diagrama. Dá-se cada elemento do conjunto que são crianças um pedaço de giz e pede-se que cada um se represente nochão com um símbolo próprio afim de que não esqueçamos o conjunto formado. Por exemplo, isto ainda fica mais motivado se for necessário ir ao recreio e na volta continuar o trabalho.

Saindo os componentes do conjunto de cima do desenho traçado no chão, os demais têm oportunidade de ver um autêntico diagrama de Venn representativo do conjunto.

Pode-se continuar a familiarização com o diagrama, formando conjuntos circundando-o com corda e pedindo a um aluno que faça o desenho da corda no quadro com giz. A cada componente do conjunto cabe ir representar-se no interior da curva fechada com um símbolo identificador, cuja forma fica inteiramente a seu critério.

Símbolo e o que é simbolizado

Nesta etapa de trabalho em que se iniciou o uso de símbolos representativos dos elementos e dos conjuntos, é o momento de esclarecerem-se melhor os alunos a respeito do papel e do significado do símbolo.

Exercícios: Mostrar uma gravura que tenha, por exemplo, animais e perguntar às crianças o que ela contém. Se a resposta for digamos, um cachorrinho, pedir que alguém venha lhe trazer um pedacinho de pão. Provàvelmente tôdas rirão, porque o cachorrinho não come na gravura e nós aproveitamos para dizer que não é um cachorrinho, mas um desenho ou retrato de cão.

Para isto pode-se aproveitar tôda a parte de linguagem ou outras atividades em classe.

É importante ver que um mesmo ser pode ser representado, de mais de uma maneira através de vários desenhos ou de fotografias diversas em diversas poses ou na mesma posição. A mesma pôse referir-se-á à repetição do símbolo. As poses diferentes à simbologia diferente para um mesmo ser.

A própria palavra escrita ou falada é um símbolo dos sêres ou das ações ou dos predicador e assim por diante. A palavrinha azul mesmo que não seja escrita comlápis azul representa a côr azul.

Em matemática, entretanto, no trabalho com conjuntos que ora se desenvolve, não devemos usar 2 símbolos diferentes para o mesmo elemento, pois o que nós queremos é determinação clara dos mesmos e com isto podemos criar confusões. Nem a repetição do mesmo símbolo nos convém.

Representação concreta do diagrama pelas crianças

Exercícios: Distribuir cordoes ora amarrados as extremidades ora não, para que as crianças criando conjuntos em cima de sua carteira o circundem com êle. Observar se elas já estão seguras de que um cordão sem extremidades amarradas não serve para uma perfeita delimitação, além da inconveniência de colocação de um objeto - elemento do conjunto sôbre o cordão impedindo a clareza de determinação.

Distribuir folhas com diagrama desenhado mas sem elementos. Pedir que cada um represente o seu conjunto na folha.

Observar se houve correspondência biunívoca entre os elementos do conjunto e os símbolos do diagrama.

O símbolo escolhido pela criança de acôrdo com sua capacidade criadora.

Aproveitar êste desenho no dia seguinte perguntando se algumas crianças com quantos elementos era formado seu conjunto de véspera. A outras pedir que formem um nôvo conjunto com o mesmo número de elementos do conjunto trabalhado no dia anterior. Com isto as crianças percebem o valor do diagrama como auxiliar da memória e registro.

Trabalhar de várias formas com o traçado do diagrama é importante pois a noção de símbolo que êle envolve precisa ficar bem clara e não é tão acessível quanto parece às crianças. Trata-se de que as crianças compreendam o seu significado e não de uma aprendizagem por cópia ou repetição.

<u>Determinação de conjunto por propriedade característica e por extensão</u>.

Exercícios: Sempre decidir inicialmente qual o Universo do trabalho de hoje.

Pensar num atributo, por exemplo, crianças com chinelo de borracha e chamar à frente, pelos seus nomes, tôdas as que estão usando chinelos de borracha. Pedir aos demais que descubram em que eu pensei.

Deixai que a tarefa de pensar no atributo seja cumprida por um dos alunos que caminhando entre as classes encaminha os componentes de seu conjunto para um espaço livre na sala. (lembrar sempre o uso da corda).

Realizar muitas vezes êste exercício. Levá-los à compreensão de que há 2 maneiras de identificar um conjunto que se equivalem.

Além disso é preciso levá-los à conscientização de que sou inteiramente livre na constituição de conjuntos; posso formar <u>conjuntos cujos elementos não guardem nenhuma semelhança ou relação</u> e aí só a determinação por <u>extensão</u> me serve. Por exemplo, sendo o universo as pessoas presentes na sala de aula e os moveis da sala posso criar o conjunto da professôra, de 2 cadeiras e um aluno.

O elemento é um todo e como tal é que se faz parte deum conjunto.

Exercícios: Por exemplo: formado o conjunto dos meninos de calça comprida (no inverno) perguntar-lhes se o braço de um deles éelementos do conjuntoque formei. ou se uma das calças é, etc.

Exercícios gráficos sôbre relação de pertinência:

Assinalar os desenhos que representam elementos do conjunto,

Mais exercícios, páginas 17 e 18 - Des ensembles à la découverte du nombre - Nicole Picard.

Brousseau págs. ....

Trabalho supervisoras 1966.

Conjunto vazio e conjunto unitário

Êles surgem muito naturalmente da aplicação de atributos sôbre o conjunto universo.

Pode-se pedir às crianças que formem muitos - conjuntos a partir do universo. Pode-se mesmo fazer o jôgo de quem consegue criar maior número de conjuntos a partir do Universo estabelecido.

(Se surgir nêste ou noutro trabalho um atributo que implique em interpretação subjetiva, como, ser gordo ou ter olhos azuis, é preciso deixar que os alunos discutam sôbre os elementos do conjunto formado e percebam a dificuldade em determiná-los. Deve-se permitir que êles mesmos concluam que êstes atributos não são convenientes)

Na aplicação de atributos sôbre o Universo pode surgir naturalmente um conjunto vazio,,especialmente quando alguém - começa a conjugar atributos. Quero formar o conjunto dos meninos com menos de sete anos e suponhamos que não haja nenhum. Se as crianças foram habituadas já a desenhar em diagrama sempre que vão criar um conjunto, elas ficarão com êste vazio quando nenhum elemento preenche o atributo ou os atributos escolhidos. Quando o conjunto é vazio atendendo o desejo de atividade das crianças, elas, dinâmicamente, repre-sentarão isto hachurando o diagrama.

É preciso encontrar-se várias vezes no trabalho com o conjunto vazio para que depois a professôra introduza o nome que o identifica. O melhor mesmo é que êste surja da parte dos alunos como uma necessidade.

Da mesma forma surge o conjunto unitário. Quantas vezes a solicitação de determinado atributo sôbre Universo levará a criação a criação deum conjunto constituido por um único elemento.

Também o nome de conjunto unitário deve ser introduzido após muitas experiências de conjunto com um só elemento e esperando a necessidade das crianças

Dando o nome de sub-conjunto e usando o têrmo atributo

A nós não interessa promordialmente a aprendizagem de nomes ou conceitos novos sem a correspondente compreensão do seu conteúdo e sem o trabalho dinâmico com os sêres que êles representam.

Assim depois de muito se ter trabalhado com sub-conjunto, que surge sempre que se aplica um ou mais atributos sôbre o conjunto Universo pode-se falar na palavra sub-conjunto.

Sugere-se que se comece a usar a palavra sub-conjunto referindo-se corretamente a um nôvo conjunto cujos elementos todos pertencem também ao Universo que provàvelmente as crianças adotarão.

Da mesma forma introduz-se a palavra atributo dizendo: Vou pensar agora no atributo dizendo, digo, no atributo de ser menina para formar o meu conjunto. As crianças percebem aos poucos que ser menina é um atributo da pessoa humana. E assim segue-se usando até que os alunos todos assimilem o significado da palavra atributo e comecem á usá-la

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA - PÔRTO ALEGRE, R. G. S.

D.E.E. - CURSO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA MODERNA

Obra: "A Matemática Moderna"

Autor: Irving Adler

Capitulo I

Os números para contar

Estamos completamente familiarizados com os rostos das pessoas que vivem conosco. Contudo, raramente temos perfeita consciência das minúcias das suas feições. Se, ao olhar um rosto que conhecemos bem, notamos com particular atenção os seus pormenores, tais como a curva dos lábios ou uma ruga na testa, parece-nos que os estamos a ver pela primeira vez. Então, ao ver êsses traços, em que nunca reparamos, temos repentinamente a impressão de que estamos a observar o rosto de um estranho.

Poderemos fazer uma experiência semelhante com os números que nos são familiares na vida quotidiana. Quando utilizamos êstes números recorremos a certas propriedades que êles possuem. No entanto, estamos de tal modo habituados a estas propriedades que dificilmente temos a consciência delas, assim como da maneira como as usamos. Tomaremos agora conhecimento minucioso destas propriedades, e faremos a sua lista, explicitamente. Ao observar com atenção os bem conhecidos números ordinários veremos a surpreendente face nova da Matemática Moderna.

Os primeiros números que todos aprendemos a empregar são aquêles de que necessitamos para responder à pregunta: "Quantos"? São os números 1, 2, 3, 4, 5, etc... Há uma cadeia sem fim de números como êstes. Utilizamo-los para contar e realizamos cálculos com êles, como a adição e a multiplicação. Observemos mais de perto aquêles actos tão simples.

CONTAR

Suponhamos que numa terça-feira,à noite, desejais saber quantos dias faltam para o fim de semana.Provavelmente,conta-los-eis desta maneira: direis os nomes dos dias__quarta-feira,quinta-feira, sexta-feira,sábado__e por cada dia que nomeais dobrareis um dedo da vossa mão direita.Depois de complrtar a lista dos dias,verificais que haveis dobrado todos os dedos da vossa mão direita,com excessão do polegar.Portanto,concluireis que faltam quatro dias para o fim da semana. Encontram-se ocultos sob êste modo de proceder três impostantes conceitos matemáticos: a idéia de aplicação, a idéia de correspondência um-a-um (correspondência biunívoca) e a idéia de número cardinal.

Um aplicação é um modo de estabelecer uma correspondência entre 2 conjuntos de objetos: a cada elemento de um dos conjuntos associamos,como parceiro, um elemento de outro conjunto.Nêste caso,os dois conjuntos são o conjunto dos dias que contastes e o conjunto dos dedos de vossa mão.

Definis uma aplicação,quando escolheis um dedo para dobrar por cada dia que contais.

A aplicação pode ser esquematizada no quadro seguinte:

Quarta-feira $\longrightarrow$ dedo mínimo

Quinta-feira $\longrightarrow$ dedo anular

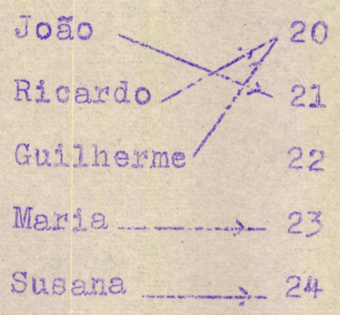
Sexta-feira $\longrightarrow$ dedo médio

Sábado $\longrightarrow$ dedo indicador

As pontas das setas indicam que a aplicação tem um sentido.Escolheis um dedo por cada dia que nomeais.Não é o mesmo que escolher um dia para cada dedo.

Para indicar o sentido da aplicação dizemos que é uma aplicação do conjunto dos dias nomeados no conjunto dos dedos.O dedo sôbre o qual se aplicou um determinado dia,diz-se a sua imagem segundo essa aplicação.

O diagrama abaixo mostra outra aplicação. Nesta um conjunto de nomes de pessoas foi aplicado no conjunto dos números inteiros de 20 a 24, associando a cada nome a idade, em anos, da pessoa que êle designa:



Esta aplicação difere da outra sob um aspecto importante. Os 2 nomes Ricardo e Guilherme estão ambos aplicados sôbre o mesmo número. É um exemplo de aplicação vários-a-um, em que um único objeto pode ser a imagem de mais do que um objeto. Na aplicação dos dias nos dedos, contudo, nunca dois dias se aplicam no mesmo dedo. É um exemplo de aplicação um-a-um, em que cada objeto é imagem, quando muito, de um só objeto.

Na aplicação do conjunto dos dias no conjunto dos dedos da mão direita, um dos dedos, o polegar nunca é utilizado. Por esta razão a aplicação do conjunto dos dias no conjunto dos dedos da mão direita, não é reversível. Se experimentarmos invertê-la, verificamos que o polegar não se aplica em qualquer dia (não há um dia que seja a imagem do polegar). Não podemos considerar esta correspondência como uma aplicação, porque uma aplicação deve fornecer uma iamgem para cada objeto pertencente ao conjunto a partir do qual se realiza a aplicação. Contudo, se considerarmos apenas o conjunto dos dedos dobrados, então a aplicação é invertível. Agora, enquanto cada dia nomeado tm um só dedo como imagem, na aplicação inversa cada dedo tem um único dia como imagem. Nêste caso, dizemos que os dois conjuntos estão em correspondência um-a-um. Dois conjuntos estão em correspondência um-a-um, quando há uma aplicação invertível que associe cada elemento de um dos conjuntos a um e um só parceiro no outro conjunto.

O diagrama abaixo,onde se empregem setas de 2 pontas, mostra a correspondência um-a-um entre o conjunto dos dias e o conjunto dos dedos dobrados:

Quarta-feira ⟷ dedo mínimo

Quinta-feira ⟷ dedo anular

Sexta-feira ⟷ dedo médio

Sábado ⟷ dedo indicador

Quando 2 conjuntos se podem pôr em correspondência um-a-um por meio de uma aplicação,dizemos que contém o mesmo número de objetos,ou que têm o mesmo cardinal.Todos os conjuntos que têm o mesmo número cardinal podem ser postos em correspondência um-a-um,uns com os outros.Formam uma família de conjuntos associada com aquêle número cardinal.Cada número cardinal tem uma família de conjuntos que lhe é própria. Por exemplo: os conjuntos que consistem apenas em objetos sòzinhos, pertencem à família dos conjuntos associada com o número que denominamos um.Os conjuntos de pares de objetos pertencem à família de conjuntos associada com o número que chamamos dois. Os conjuntos de ternos opertencem à família de conjuntos assciada co m o número que chamamos três,etc.

Cada conjunto que correntemente consideramos,pertence a uma destas famílias.Quando nos fazem a pergunta:"Quantos objetos há nêsse conjunto?", é como se na realidade nos perguntassem:"A que família de conjuntos pertence?" Para responder a esta pergunta seguimos êste processo:escolhemos um conjunto em cada família e usamo-lo como conjunto padrão,para efetuar comparações; depois comparamos o conjunto que nos interessa com cada um dêstes conjuntos padrões,até encontar um com que aquêle se possa pôr em correspondência um-a-um. Desta maneira descobrimos a família de conjuntos a que êle pertence e o número cardinal associado a esta família.É precisamente isto que fazeis quando pondesem correspondência os dias com os dedos.

Usais o conjunto que consiste só no vosso dedo mínimo como um conjunto padrão para representar o número um. Utilizais o conjunto formado pelo dedo mínimo e o dedo anular como um conjunto padrão para representar o número dois. Empregáis o conjunto constituído pelos dedos mínimo, anular e médio, como um conjunto padrão para representar o nº três. O conjunto formado pelos dedos mínimo, anular, médio e indicador é o vosso conjunto padrão para representar o nº quatro. Foi por isto que tirastes a conclusão, nêste caso, de que faltavam 4 dias para o fim de semana.

Em outras ocasiões, usamos um método de contagem que é mais sutil, mas essencialmente o mesmo. Contamos 4 objetos dizendo para nós mesmos "um, dois, três, quatro", . Enquanto contamos, estamos estabelecendo uma correspondência um-a-um entre os objetos que estamos a contar e os conjuntos dos números pronunciados. O primeiro objeto é posto em correspondéncia com o conjunto formado sômehte pela palavra um; ppõem-se em correspondência os dois primeiros com o conjunto formado pelas palavras um , dois; põem-se em correspondência os três primeiros com o conjunto formado pelas palavras um, dois, três; e assim sucessivamente.

Empregando os nomes dos números dispostos por ordem de grandeza, continuamos a ampliar o conjunto padrão, pouco a pouco. Quando a contagem termina, sabemos que o último nome de nº usado é o nº cardinal do último conjunto padrão que pusemos em correspondência com os objetos que estamos a contar. Portanto, é também o nº cardinal do conjunto dos objetos contados. Empregando conjuntos padrões formados dos nomes dos números dispostos por ordem de grandeza, condensamos numa só tôda uma sucessão de operações de correspondência, para acabar por responder à perhunta "Quantos?".

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA
CURSO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA MODERNA
-;-;-;-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-.-

"LA MATHÉMATIQUE MODERNE DAS L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE" (France-1965)
- L. P. Dienes -

" OS CONJUNTOS E AS OPERAÇÕES SÔBRE OS SONJUNTOS "

Traduzido pela Prof. Eshter Pillar Grossi
Revisado pela Prof. Maria de Lourdes Silva

Os conjuntos são constituidos por elementos. O conjunto das crianças da classe de 1º ano tem por elementos as crianças desta classe. Os conjuntos podem ser formados com qualquer espécie de elementos: objetos, acontecimentos, idéias, ou mesmo, outros conjuntos. A idéia de "pertencer a" ou de "ser elemento de" é um conceito muito importante quando se fala de conjuntos. Antes de poder dizer que um conjunto está determinado, importa precisar claramente não só de qual espécie de elementos é formado mas também, quais são todos os objetos (mesmo se êles não existem senão no pensamento) que poderiam ser elementos do conunto em questão. Se nós considerarmos por exemplo, o conjunto formado pelas crianças de olhos azuis, nós supomos, implicitamente, que nenhum adulto poderá pretender fazer parte dêste conjunto. Isto acarreta (importa em) que nós devemos reconhecer com certeza em que momento umacriança deixa de ser criança para tornar-se um adulto. Seránecessário, igualmente, precisar se nós pensamos nas crianças de olhos azuis que se encontram na classe, na escola, no país ou no mundo inteiro. Será necessário indicar o universo dos objetos susceptíveis de entrar na constituição do conunto, antes de poder dizer que um atributo, tal como "crianças de olhos azuis", determina um conjunto.

Esta dificuldade não se apresenta se nós determinamos um conjunto, enumerando todos os seus elementos. Ela reaparece se nós falarmos de um conjunto formado por entidades que não pertencem ao conjunto dado. Determinamos um conjunto constituido por duas crianças, por exemplo: João e Alice. Quais são, entretanto, os elementos do conjunto ao qual não pertencem João e Alice ? Que elementos, aí, devemos incluir ? É necessário incluir entre êles o monte Everest ? Se nós incluirmos crianças, quais crianças ? Se o universo está determinado como tôdas as crianças da classe, então o conjunto em questão será formado de tôdas as crianças da classe, com exceção de João e Alice. Este é o complemento do conjunto tendo por elementos João e Alice. De tudo o que precede pode-se tirar temas de discussão apaixonanates numa classe de crianças. Engajando as crianças em discussões assim, nós colocamos os fundamentos de um pensamento lógico.

com cabelos castanhos" com as "crianças com olhos azuis", é o conjunto formado por tôdas as crianças que têm ao menos uma das propriedades enunciadas: cabelos castanhos ou olhos azuis. Encontrar-se-á nesta reunião tôdas as crianças dos olhos azuis assim como tôdas as crianças com cabelos castanhos, compreendendo também aquelas que têm, simúltâneamente, olhos azeuis e cabelos castanhos. É necessário praticar longamente esta noção de reunião, estudar exemplos de conjuntos que têm elementos em comum, opondo-os a outros exemplos de conjuntos distintos (ou "disjuntos").

Será necessário multiplicar êstes exemplos antes que o processo de reunião torne-se perfeitamente claro. Poder-se-á utilizar objetos presentes na classe, como objetos fabricados pelas próprias crianças. Por exemplo, pode-se formar um universo por meio de pedaços de papelão sôbre os quais se desenhará imagens de crianças gordas e de crianças magras, sendo algumas meninas e outras meninos; cada cartão terá apenas uma imagem de criança. Poder-se-á, assim, falar do conjunto de crianças gordas, do conjunto de crianças magras, do conjunto de meninos, do conjunto de meninas Será instrutivo, útil, formar tôdas as reuniões possíveis: há seis reuniões, se associarmos os conjuntos por pares.

A reunião de {crianças gordas} e de {meninos}, contará tôdas as crianças gordas, tanto meninos como meninas e, naturalmente, todos os meninos, isto é, os meninos gordos e os meninos magros; apenas as meninas magras serão excluidas. Elas formam então o conjunto complementar do precedente, pois que elas representam os elementos do novo universo que não perttencem à reunião.

Se formarmos a reunião de {meninos} e de {meninas} obter se-á a totalidade das crianças; além disto, nesta operação não se constata (acavalamento) ou recobrimento parcial, como no caso da reunião {crianças gordas} e {meninos}. Chega-se assim à operação seguinto, isto é, aquela que consiste <u>justamente</u> em encontrar a zona de <u>recobrimento</u>:

b - Intersecção de conjuntos. A intersecção de dois conjuntos é constituida por todos os elementos que pertencem simultâneamente aos dois conjuntos. No caso das crianças com olhos azuis e das crianças com cabelos castanhos, a intersecção será formada pelas crianças com olhos azuis tendo, igualmente, cabelos castanhos. No caso de conjuntos distintos (ou disjuntos) a intersecção será vazia. Por exemplo, não há recobrimento (não se sobrepõem) entre os meninos e as meninas. Uma criança ou é menino ou menina, jamais as duas coisas de uma vez; de maneira que a intersecção de conjuntos {meninos} e {meninas} é vazia. No caso de {crianças gordas} e {meninos}, é claro que a intersecção é {meninos gordos}. Naturalmente se não existem meninos gordos na classe que se tomou como universo, esta intersecção se encontrará igualmente vazia.

c - Conjuntos complementares. O conjunto complementar de um conjunto dado é formado de todos os elementos do universo do qual se fala, e que não pertencem a êste conjunto. Por exemplo, se o universo é constituido por crianças da classe e se o conjunto dado é o de crianças com

O segundo ponto a discutir diz respeito, sem dúvida, à distinção entre o símbolo e o que é simbolizado. Desenhamos um conjunto, por exemplo: João e Alice, e coloquemos as duas imagens num parêntesis (ou melhor entre duas chaves) para indicar que se trata de elementos de um conjunto. Mas, de que trata o conjunto? Não são as imagens, mas as próprias crianças que constituem os elementos do conjunto. Não se pode oferecer um bombom ao João da imagem, nem dar uma tarefa para a Alice da imagem fazer. Não há necessidade de insistir sôbre isto. Se as crianças se habituam a esta distinção, elas não se admirarão de aprender que os sinais como 1, 2, 3, etc. não são realmente, o que se percebe pelo ouvido, por "um","dois","três". De fato, um, dois, três, não existem, na realidade; êles são abstrações. Os símbolos são imagens destinadas a evocar a abstração em questão. O símbolo 2 não é mais, realmente, "dois" do que a palavra "verde" não é realmente verde.

Um outro ponto muito importante a discutir é a significação das palavras "mesmo" ou "igual". É claro que se dá a estas palavras sentidos muito diferentes, segundo o gênero de coisas de que se fala. Tomemos dois exemplares do mesmo livro. Pode-se colocá-los sôbre a mesa e dizer: "Dá-me aquêle lá, não aquêle que está ao lado da lâmpada, mas o que está mais próximo de ti". Isto implica em que êstes dois livros não sejam idênticos. Uma outra vez dir-se-á que se trata do "mesmo livro" para exprimir que seus conteúdos são idênticos. No primeiro caso, trata-se de identidade individual dos livros: os dois livros são diferentes, pois que são objetos diferentes. No segundo caso, o têrmo "o mesmo" não se aplica ao livro, mas ao conteudo impresso; dito de outra forma, a uma certa propriedade dêstes livros. Quando se declara, olhando dois blocos verdes, que são a mesma coisa, isto significa que êles têm a mesma côr, mesmo se sua forma é diferente. Da mesma forma, dois blocos quadrados podem ser considerados como "a mesma coisa" mesmo se êles têm côres diferentes, porque, neste momento, é a forma que é a mesma. Em cada um dêstes casos, isola-se uma certa propriedade: ou o conteúdo, ou a forma ou a côr, e a expressão "o mesmo" se refere a esta propriedade, não aos próprios objetos. Um objeto só é idêntico a si mesmo. Mas, a propriedade de um objeto pode ser idêntica à propriedade correspondente de um outro objeto.

A determinação dos conjuntos por atributos conduzirá, ràpidamente, as crianças a conceber conjuntos desprovidos de elementos. Por exemplo, o conjunto de todos os objetos verdes colocados sôbre a mesa da professôra não terá elementos, se êle não encontra nenhum objeto verde sôbre a mesa. Dir-se-á que tais conjuntos são vazios. As crianças se habituarão, ràpidamente, a falar decojuntos vazios, o que é uma prelimiar essencial para a noção de zero.

Depois dêste estudo de pertinência a um conjunto, de igualdade de conjuntos e, finalmente, de conjuntos vazios, pode-se abordar as operações sôbre os conjuntos. Nós vamos ver as operações maisimportantes.

a - Reunião de conjuntos. A reunião de dois conjuntos é constituida por todos os elementos que pertencem seja a um dos connjuntos, seja ao outro, seja aos dois simultâneamente. A reunião das "crianças da classe olhos azuis, o conjunto complementar será formado de tôdas as crianças da classe que não têm olhos azuis.

O complemento do conjunto {meninos} é o conjunto {meninas} ; o complemento do conjunto {crianças gordas} é {crianças magras} O complemento do universo é naturalmente vazio e o complemento de um conjunto vazio é o universo.

Uma noção importante de introduzir é a de sub-conjunto. Por exemplo, o conjunto dos meninos com olhos azuis forma um sub-conjunto do conjunto das crianças com olhos azuis e é, também, um sub-conjunto do conjunto dos meninos, se se toma como universo tôdas as crianças da classe. É necessário distinguir cuidadosamente os sub-conjuntos dos elementos. O conjunto dos meninos com olhos azuis não pode ser um elmento do conjunto de crianças com olhos azuis, porque o universo considerado é formado de crianças tomadas individualmente e não de conjuntos de crianças. É necessário distinguir bem as noções "ser um sub-conjunto de" e"ser um elemento de". A confusão entre estas noções conduzir-á, mais tarde, a outras confusões no que concerne à multiplicação, fatôres, etc...

Esta noção de sub-conjunto e sua distinção da noção de elementos, exige uma grande quantidade de exercícios práticos. As crianças deverão ser levadas a trocar de universo, de maneira a saber sempre, exatamente, sôbre o que se apoia o jôgo.ou o trabalho. O jôgo se apoia sôbre os elementos do universo. Se se modifica o universo, troca-se de jôgo; a gente se põe a falar de outra coisa.

d - Diferença de dois conjuntos. Reitrando um sub-conjunto de um conjunto, forma-se a diferença de dois conjuntos. Se, partindo do conjunto das crianças da classe, com olhos azuis, tira-se o conjunto dos rapazes com olhos azuis, resta o conjunto das meninas da classe, com olhos azuis. O conjunto das meninas com olhos azuis é a diferença entre o conjunto das crianças com olhos azuis e o conjunto dos rapazes com olhos azuis. É sôbre esta operação entre conjuntos que repousa a noção de subtração.

É possível que o sub-conjunto seja idêntico ao conjunto, por exemplo, pode acontecer que não existe nenhuma menina com olhos azuis na classe. Neste caso, a diferença é um conjunto vazio. Há ~~xxx~~ aí uma dificuldade que não precisa ser introduzida desde o início. Os sub-conjuntos que não são idênticos aos conjuntos dos quais êles fazem parte, chamam-se sub-conjuntos em sentido estrito.(ou sub-conjunto próprio). Por exemplo, o conjunto dos rapazes de uma classe é um sub-conunto em sentido estrito (parte própria) do conjunto formado por tôdas as crianças da classe, isto se existem meninas na classe, mas não se a classe possui sòmente rapazes.

As operações que nós acabamos de estudar sôbre os conjuntos são os preâmbulos essenciais para o estudo das operações sôbre número.s.

M U L T I P L I C A Ç Ã O

É importante dar-se conta que na multiplicação nós vamos além da idéia do adição. É verdade que se obtém a mesma solução ao problema / adicionando os têrmos tantas vêzes quantas indica a multiplicação. / Mas não é porque a resposta é a mesma que a operação é a mesma. A multiplicação implica numa nova espécie de variável, a saber o multiplicador, que conta conjuntos. O multiplicador é uma propriedade de conjuntos. Assim os dois fatôres não dizem respeito ao mesmo conjunto / Universo. De fato, não há fatôres no caso da adição, porque o número de elementos a adicionar não tem incidência sôbre a natureza do pro / blema. Os professôres que ensinam que a multiplicação é uma adição repetida prestam um máu serviço aos alunos. Em realidade êles lhes escondem a dificuldade e, mesmo lhes acenam uma contra-verdade. É tal - vez útil dar-se conta de que a estrutura lógica da aritmética permanece relativamente simples, enquanto só tratamos da adição e da subtração e a introdução da multiplicação implica em problemas muito dife / rentes.

Disto resulta - os professôres não devem esquecer jamais - uma dificuldade de ordem maior na aquisição do conceito da multiplicação comparada com o conceito da adição. Na multiplicação tem-se que le / var em conta dois universos diferentes, de uma só vez, enquanto , na adição trata-se sòmente de um universo, o universo dos conjuntos. Na multiplicação ao contrário, certos números se relacionam aos conjun/ tos e outros aos conjuntos de conjuntos. É uma diferença considerá / vel e os exercícios que as crianças terão feito com conjuntos e com conjuntos de conjuntos e, mesmo com conjuntos de conjuntos de conjuntos as ajudarão consideràvelmente, como conseqüência, a prepará-las / para os problemas que a multiplicação lhes trará.

Trecho extraído das páginas 33,e 34 de ENSEMBLES, NOMBRES ET PUISSANCES- Z.P. Dienes/ E.W.Golding.